

Wojewódzki Konkurs „Kasper Matematyczny 2023”

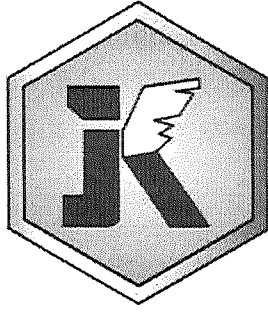
KOD UCZESTNIKA		

Zadania testowe (wielokrotnego wyboru)

INSTRUKCJA: Rozwiąż zadania, swoje odpowiedzi wpisz w tabelce znajdującej się pod ostatnim zadaniem, kierując się zasadą: jeśli odpowiedź jest **PRAWDZIWA** wpisz **TAK**, jeśli **FAŁSZYWA** wpisz **NIE**.

POWODZENIA!

1. Liczba :		
A. $(2023 + 2021)^2$ jest podzielna przez 4	B. $(2023 : 2022)^0$ jest liczbą naturalną	C. $(2023 - 23)^{2023}$ jest podzielna przez 10^{2023}
2. W sklepie z naczyniami ze szkła 40% stanowią naczynia ze szkła kolorowego, a wśród nich 15% to szklaneczki do napoju. Sklepowa policzyła, że szklanek z kolorowego szkła do napoju jest 24. Zatem :		
A. Wszystkich naczyń w sklepie jest 200	B. Liczba wszystkich szklanek w sklepie da się zapisać za pomocą potęgi liczby całkowitej	C. Szklaneczek do napoju jest o 136 mniej wszystkich naczyń z kolorowego szkła
3. Lustro ma kształt prostokąta, którego przekątna ma długość 117 cm, a stosunek boków jest równy 5:12.		
A. Długość jednego z boków lustra wynosi co najmniej 100 cm	B. Przekątna jest o 72 cm dłuższa od krótszego boku tego lustra	C. Obwód lustra wynosi mniej niż 350 cm, ale więcej niż 300 cm
4. Liczba $\frac{2023}{2024}$ jest odwrotnością liczby $(1 + \frac{1}{x})$. Zatem:		
A. Liczba $x + 7$ jest podzielna przez 25	B. Liczba x jest liczbą pierwszą	C. Liczba x jest wielokrotnością 4
5. Liczbę 45 przedstawiono w postaci iloczynu pięciu różnych liczb całkowitych. Zatem:		
A. Wśród czynników występują liczby ujemne	B. Takie przedstawienie nie jest możliwe	C. Wśród czynników nie ma czynnika podzielnego przez 9
6. Pole pierścienia ograniczonego dwoma okręgami jest równe 13π cm², a szerokość pierścienia wynosi 1 cm. Wynika stąd, że:		
A. Długość większego okręgu wynosi 14π cm	B. Pole kwadratu opisanego na większym okręgu jest równe 196 cm ²	C. Wysokość trójkąta równobocznego wpisanego w mniejszy okrąg ma długość 9 cm
7. W trójkącie ABC miara kąta BAC jest równa α. Punkt O jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC. Zatem kąt BOC ma miarę:		
A. 2α	B. $180^\circ - \alpha$	C. $180^\circ - \frac{1}{2}\alpha$



Wojewódzki Konkurs
” Kasper Matematyczny 2023”

Zadania otwarte

Czas pracy 60 minut

Zadanie 1 (10 pkt)

- a) Dane są dwie różne liczby x i y . Wiedząc, że $x^2 + x = y^2 + y$,
wykaż, że $x + y + 1 = 0$.
- b) Wykaż, że liczba $1 + 2023 + 2023^2 + 2023^3 + 2023^4 + 2023^5 + 2023^6 + 2023^7$
jest podzielna przez $(1 + 2023^2)$.

Zadanie 2 (10 pkt)

Ile lat obecnie ma syn, ile lat ma jego ojciec, a ile lat jego dziadek, jeśli wiadomo, że połowa wieku ojca równa się $\frac{1}{4}$ sumie lat dziadka i syna, a pięć lat temu ojciec miał o 35 lat mniej niż dziadek i syn razem oraz za trzy lata dziadek będzie miał o 7 lat więcej niż ojciec i syn razem?
Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 3 (10 pkt)

Z cyfr $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ tworzymy liczby sześciocyfrowe, w których cyfry nie mogą się powtarzać.

- a) Ile można utworzyć takich liczb?
b) Ile wśród nich będzie liczb podzielnych przez 5?
c) Ile wśród nich będzie liczb podzielnych przez 9?
d) Czy suma wszystkich utworzonych w ten sposób liczb dzieli się przez 6?
Odpowiedzi uzasadnij.

Zadanie 4 (10 pkt)

Dany jest siedmiokąt wypukły $ABCDEFG$, w którym $|AF| = |BD|$, $|BC| = |CD| = |AG| = |GF|$,
 $|EF| = |DE|$, $FD \parallel AB$ oraz $FD > AB$. Wiadomo, że $\angle FED = \angle DCB = \angle FGA = \angle ADE = 90^\circ$.
Wiedząc, że $|FD| = 3$ i $|AD| = 2\sqrt{2}$, oblicz stosunek pola pięciokąta $ABDEF$ do pola siedmiokąta $ABCDEFG$.

